GABARITOS

PROFESSOR LUCAS CARVALHO				
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
C	D	A	B	D
6	**7**	**8**	**9**	**10**
B	**A**	**C**	**C**	**E**
11	**12**	**13**	**14**	**15**
B	D	C	A	E
16	**17**	**18**	**19**	**20**
D	C	D	E	B
21	**22**	**23**	**24**	**25**
E	D	A	B	A

PROFESSOR LUCAS CARVALHO				
EXERCÍCIOS PROPOSTOS				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
A	E	A	D	D
6	**7**	**8**	**9**	**10**
D	D	E	D	B
11	**12**	**13**	**14**	**15**
A	A	A	B	E
16	**17**	**18**	**19**	**20**
C	D	C	C	C

1.

Sejam **x** a quantidade de litros de gasolina pura adicionados em um posto de gasolina e **y** a quantidade de litros de álcool. Sendo a concentração de álcool neste posto 30% de um estoque de 80.000 litros, **y** é igual a:

$$y = 0{,}3 \times 80.000 = 24.000\ \ell.$$

Para que a concentração de álcool neste posto condiga com a determinação do CNP, 24.000 ℓ devem corresponder a 25% ou $\frac{1}{4}$ do número total de litros de gasolina adulterada. Portanto, o número de litros de gasolina pura que deve ser adicionado é:

$$x = 4 \cdot y - 80000$$

$$\boxed{\text{(A)}\ x = 16.000\,\ell}$$

2.

Sejam **a** e **b** o comprimento e a largura do quarto, respectivamente.
Se para uma área **ab** foram utilizadas 7 caixas de lajota, para uma área 2a · 3b = 6ab serão utilizadas:

$$ab \rightarrow 7$$
$$6ab \rightarrow x$$
$$xab = 42ab$$
$$\boxed{\text{(E)}\ x = 42\ \text{caixas.}}$$

3.

A quantidade de símbolos digitada é diretamente proporcional ao número de datilógrafos e ao tempo gasto para digitá-las. Assim, monta-se as relações de proporcionalidade:

$$\frac{\text{Quantidade digitada}}{(\text{n° de datilógrafos})\cdot(\text{tempo})} = k \Rightarrow \frac{13013}{13\cdot 13} = \frac{x}{1\cdot 1} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \frac{1001}{13} = 77$$

4.

Sejam **x**, **y** e **z** os preços do par de sandálias, da blusa e do *short*, respectivamente. Os gastos de Maria são:

$$\begin{cases} x + y + z = 65 \\ x + 2y + 3z = 100 \end{cases}$$

Este sistema é possível e indeterminado (tem mais de uma solução). Isso significa que para encontrar o valor procurado, 2x + 5y + 8z, devemos manipular as equações, uma vez que os valores de **x**, **y** e **z** não são únicos. Veja:

$$\begin{cases} x + y + z = 65\cdot(k) \\ x + 2y + 3z = 100\cdot(q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} kx + ky + kz = 65k \\ qx + 2qy + 3qz = 100q \end{cases} -$$
$$(k-q)x + (k-2q)y +$$
$$+(k-3q)z = 65k - 100q$$

Façamos $\begin{cases} k - q = 2 \\ k - 2q = 5, \\ k - 3q = 8 \end{cases}$ que aparece o valor procurado.

Resolvendo, obtemos: q = –3 e k = –1
Daí, substituindo esses valores em (k – q)x + (k – 2q)y + (k – 3q)z = 65k – 100q, ficamos com:
2x + 5y + 8z = 65 · (–1) – 100 · (–3) = – 65 + 300 = 235 reais.

5.

Sistema = {x+y = 17 (–8,1) –> {–8,1x – 8,1y = –137,7
{8,1x + 13y = 176,9 {8,1x + 13y = 176,9
4,9y = 39,2

$$\boxed{y = 8}$$

6.

I. Após a primeira operação (retirar **x** litros do recipiente e acrescentar **x** litros de água), o recipiente fica com (75 – x) litros de leite e **x** litros de água, ou seja, a fração de leite no recipiente é $\frac{75 - x}{75}$ e a fração de água, $\frac{x}{75}$;

II. Ao retirar novamente **x** litros do recipiente, no meio desses **x** litros, estão saindo:
$\left(\frac{75 - x}{75}\right)\cdot x$ litros de leite e $\frac{x}{75}\cdot x$ litros de água;

III. Ao acrescentar novamente **x** litros de água, a quantidade de água no recipiente será:

$$x - \frac{x}{75} \cdot x + x = 75 - 48 \Rightarrow 2x - \frac{x^2}{75} = 27 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 - 150x + 2025 = 0$$

Nessa equação, temos $\Delta = 22500 - 8100 = 14400$ e $x = \dfrac{150 \pm 120}{2}$

Assim, x = 135 (não convém, o recipiente só tem 75 litros) ou x = 15.

7.

Usando a seguinte notação:
x – galinhas saudáveis;
x’ – galinhas com um pé a mais;
y – coelhos saudáveis;
y’ – coelhos com um pé a menos;

Com os dados do problema, podemos montar um sistema de equações e avaliar as respostas.

– total de 200 cabeças: x + x’ + y + y’ = 200
– total de 600 pés: 2*x + 3*x’ + 4*y + 3*y’ = 600

Chamando o total de animais defeituosos x’ + y’ de D, após simplificações, temos o seguinte sistema:
|x + y + D = 200
|2*x + 4*y + 3*D = 600

Se multiplicarmos a primeira equação por 3, teremos:
|3*x + 3*y + 3*D = 600
|2*x + 4*y + 3*D = 600

Agora, se subtrairmos a segunda da primeira:
x - y = 0

$\boxed{x = y}$

8.

Pelos dados da questão, é possível estabelecer a seguinte equação para cálculo do preço de um terreno nas Ilhas Pitcairn. Para isso, basta pensar que quanto maior a área do terreno, proporcionalmente maior será seu preço e quanto maior a distância do terreno à capital, proporcionalmente menor será seu preço. Partindo do terreno que tem área de 600 m^2 de área, dista 5km de Adamstown e custa US$90 mil, pode-se escrever que:
Preço = 90.000.
Área = 600 · 5
Distância
Terreno A) Preço = US$60 mil
Terreno B) Preço = US$60 mil
Terreno C) Preço = US$50 mil
Terreno D) Preço = US$75 mil
Terreno E) Preço = US$100 mil
Montante acumulado no banco = 50.000 · $1{,}2^4$ = = US$103.680 (com essa quantia é possível comprar o terreno E).

9.

A = **x** ações
B = **x** ações
C = 5000 ações
Total investido = 10000 reais

Hoje: 1,3x + 0,7x + 0,4 · 5000 = 10000

2 · x + 2000 = 10000
2 · x = 8000
x = 4000

Logo, foram compradas 4000 ações da empresa A e 4000 ações da empresa B.

Depois de 100 dias
A = 4000 · 0,9 = 3600 reais
B = 4000 · 0, 7 = 2800 reais
C = 5000 · 0,5 = 2500 reais
Totalizando = 8900 reais

Logo, teve uma perda de 1100 reais que representa 11% do capital investido.

10.

1/T = 1/t1 + 1/t2 + 1/t3

1/3 = 1/x + 1/8 + 1/6

1/x = 1/3 - 1/8 - 1/6
1/x = 8/24 - 3/24 - 4/24 = 1/24

x = 24 horas

11.

O capital inicial usado na abertura da sociedade pelos dois sócios pode ser representado por:
$C_1 + C_2 = 30\,000$
A divisão do lucro será de forma proporcional aos capitais, então:
$$\frac{C_1}{L_1} = \frac{C_2}{L_2} = \frac{C_1 + C_2}{L_1 + L_2} = \frac{30\,000}{5000} = 6 \Rightarrow C_1 = 6L_1.$$
A soma do lucro com o capital de um dos sócios é $C_1 + L_1 = 14000$.
Assim, $C_1 + L_1 = 14000 \Rightarrow 7L_1 = 14000 \Rightarrow L_1 = 2000 \Rightarrow$ $\Rightarrow C_1 = 12000$. Então, os capitais empregados por cada sócio foram de R$ 12000,00 e R$ 18000,00, respectivamente.

12.

Esse problema pode ser representado por uma regra de três composta, de acordo com o esquema abaixo:
Alimentos – 120 – x
Tempo (dias) – 10 – 20
Horas/dia – 3 – 4
Número de alunos – 20 – 50

Como todas as grandezas são diretamente proporcionais à quantidade de alimentos arrecadados:
120x · 1020 · 34 · 2050
6x = 40 x 120
x = 48006 = 800 kg.

Essa quantidade foi arrecadada nos 20 dias finais, como nos 10 primeiros dias foi de 120 kg, o total foi de 120 + 800 = 920 kg.

13.

Alimento / Método tradicional / Novo método / Redução
Feijão (1 concha)............................... 68 kcal .... 45 kcal 34%
Arroz branco (4 colheres de sopa)...... 155 kcal .... 140 kcal 10%
Batatas fritas (2,5 colheres de sopa)... 308 kcal .... 270 kcal 13%
Contrafilé grelhado (64 g).................... 147 kcal .... 127 kcal 14%
68 + 155 + 308 + 147 = 678 kcal (método tradicional)

45 + 140 + 270 + 127 = 582 kcal (novo método)

678 – 582 = 96 kcal de redução comparando-se o método tradicional e o novo método.

678 kcal ---------- 100%
96 kcal ------------ x %

x = 96 · 100 / 678
x = 9600 / 678
x = 14,16%

A redução na quantidade de calorias calculadas pelo novo método, em relação ao método tradicional, é de aproximadamente: 14%

14.

Total de frutas e hortaliças = 10 ton = 10000 kg

1. perda no campo = 10% de 10000 = 1000 kg
2. perda no manuseio/transporte = 50% de 9000 = 4500 kg
3. perda nas centrais de abastecimento = 30% de 4500 = 1350 kg
4. perda nos supermercados/ casa dos consumidores = 10% de 3150 = 315

Perda total = 1000 + 4500 + 1350 + 315 = 7165

Logo, a quantidade que chega no prato final dos consumidores é 2835 kg.

15.

$$\begin{cases} 1 \text{ cm equivale a } 4 \text{ km} \\ 10 \text{ cm equivale a } 40 \text{ km} \end{cases}$$

Se o ciclista percorre 48 quilômetros em 1 hora, ele vai percorrer 40 quilômetros em aproximadamente **x** horas, ou seja:

$$\frac{48}{40} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 0{,}83 \text{ horas}$$

$$0{,}83 \cdot 60 \text{ min} = 50 \text{ min}$$

Ele terminou a corrida às 10h50.

16.

Do enunciado, temos:

(1) 15x + 30y + 45z = 2025 → x + 2y + 3z = 135

(2) $\frac{x}{80} = \frac{y}{50} = \frac{z}{30} = t$

Logo de (2) temos

X = 80t

Y = 50t

Z = 30t

Substituindo em (1) segue:

80t + 100t + 90t =135

270t = 135

$t = \frac{135}{270}$

Portanto: $y = 50 \cdot \frac{135}{270} = 25$

17.

24 – 23.93447 = 0,06553 horas.

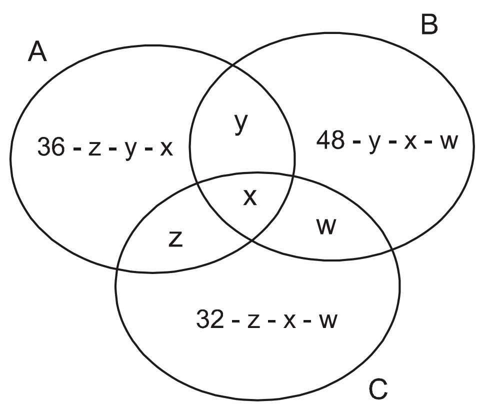
0,06553 · 60 = 3,93 minutos = 3 minutos e 0,93 · 60 segundos = 3 minutos e 56 segundos.

18.

70% de 80 = 56

60% de 80 = 48

40% de 80 = 32



$$\begin{cases} x + y + z + w = 52 \\ 8 + 56 - z - y - x + x + y + z + w + 32 - z - x - w + 4 - y - x - w = 80 \end{cases}$$

8 + 136 –x – (x + y + z + w) = 80

144 – x – 52 = 80

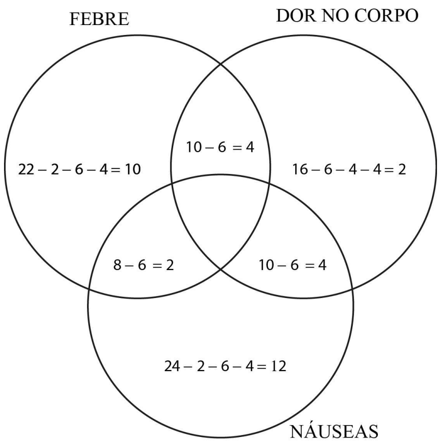
–x = –12

x = 12

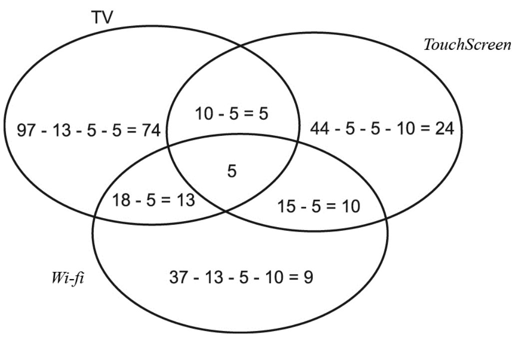
19.

Considere os diagramas que resumem a tabela:

Total = 10 + 4 + 6 + 2 + 12 + 4 + 2 = 40



20.



Total = 74 + 13 + 5 + 5 + 24 + 10 + 9 + 15 = 155

PROFESSOR FABRÍCIO MAIA									
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
E	B	C	B	E	B	E	B	D	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
B	E	A	E	C	C	E	E	D	A

EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
C	B	C	B	B	A	B	E	C	D
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
A	E	D	C	D	E	B	E	C	A

1. Veja que:

$t = 0 \to V(0) = 1000 \cdot 2^{0,0625 \cdot (0)} = 1000$

Daí,

$V(t) = 2000 \to 2000 = 1000 \cdot 2^{0,0625 \cdot (t)}$

Logo:

$2^{0,0625 \cdot (t)} = 2 \to 0,0625 \cdot (t) = 1 \to t = 16$

2. Seja **n** o número de acertos do aluno.

A cada acerto, o aluno fica com seus pontos multiplicados por $\frac{3}{2}$; e a cada erro, fica com seus pontos multiplicados por $\frac{1}{2}$.

Desse modo, sabendo que o aluno ficou devendo 13 pontos, temos que

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-n} \cdot 256 = 243 \to 3^n = 3^5 \to n = 5$$

Portanto, o aluno acertou 5 perguntas e errou 8 – 5 = 3.

3. Queremos calcular **t**, para o qual se tem $Q(t) = 0,9 \cdot Q_0$. Daí,

$$0,9 \cdot Q_0 = Q_0(1 - e^{-\frac{t}{2}}) \to e^{-\frac{t}{2}} = 10^{-1} \to \ell n\, e^{-\frac{t}{2}} = \ell n 10^{-1}$$

Logo:

$$-\frac{t}{2} = -\ell n\ 10 \quad t = 2\ \ell n 10 \to t \cong 4,6$$

4. Temos que:

$\log E = 15,3 \to E = 10^{15,3}$

Como, $10^{14,5} < 10^{15,3} < 10^{15,5}$, a ordem de grandeza será 10^{15}.

5. Temos que:

$$Q(t) = Q_0 e^{-0,023t} \to \frac{Q_0}{2} = Q_0 \cdot e^{-0,023 \cdot t}$$

Daí,

$$\ell n\left(\frac{1}{2}\right) \quad \ell n e^{0,023\,t} \quad \ell n 2 \;\; 0,023\,t$$

Logo:

$-0,69 = -0,023 \cdot t \to t = 30$

6. Temos que:

$$Q = 1 + 4 \cdot (0,8)^{2P} \to \frac{Q-1}{4} = (0,8)^{2P}$$

Daí,

$$\log_{0,8} \frac{Q-1}{4} = \log_{0,8} (0,8)^{2P}$$

$$2P = \log_{0,8} \frac{Q-1}{4}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \log_{0,8}\left(\frac{Q-1}{4}\right)$$

Logo:

$$P = \log_{0,8} \sqrt{\frac{Q-1}{4}}$$

7. Para que a população brasileira seja 90% da suposta população de estabilização, deveremos ter

$0,9 \cdot 280 = 280 - 190 \cdot e^{-0,019(t-1970)}$

$$e^{-0,019(t-1970)} = \frac{14}{95}$$

$$\ell n\, e^{-0,019(t-1970)} = \ell n \frac{14}{95}$$

$-0,019(t - 1970) = -1,9$

$$t - 1970 = \frac{1,900}{0,019}$$

$t = 2070$

8. Temos $M_A = 10000 \cdot (1,2)^t$ e $M_B = 5000 \cdot (1,68)^t$.

Logo,

$$10000 \cdot (1,2)^t = 5000 \cdot (1,68)^t \to \left(\frac{1,68}{1,2}\right)^t = 2$$

Daí,

$\log(1,4)^t = \log 2$
$t \cdot (\log 2 + \log 7 - \log 10) = \log 2$
$t \cdot (0,3 + 0,85 - 1) \cong 0,3$
$t \cong \dfrac{0,30}{0,15} \to t \cong 2$
Portanto, os montantes se igualarão, aproximadamente, após 2 anos (ou 24 meses).

9. Com os valores em reais, temos:
1. No instante t = 0, o valor do carro é:
$V(0) = a \cdot b^0 = a = 40\,000$
2. A função que fornece o valor do carro é, portanto:
$V(t) = 40\,000 \cdot b^t$

Daqui a 5 anos, o valor do carro será:
$V(5) = 40\,000 \cdot b^5 = 20\,000 \Rightarrow b^5 = \dfrac{1}{2}$
$\Leftrightarrow b = \sqrt[5]{\dfrac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{5}}$
3. O valor do carro daqui a 12 anos será:
$V(12) = 40\,000 \cdot b^{12} = 40\,000 \cdot \left(2^{-\frac{1}{5}}\right)^{12}$
$V(12) = 40\,000 \cdot 2^{-2,4} = 40\,000 \cdot 0,19 = 7\,600$

10. Temos que:
$$\text{P.G.} \to \begin{cases} a_{1953} = p \\ a_{2003} = \dfrac{20}{100}p \\ a_{1978} = ??? \end{cases}$$
Então:
$$\frac{a_{2003}}{a_{1953}} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = q^{50}$$
Veja que:
$a_{1978} = a_{1953} \cdot q^{25} \to a_{1978} = p \cdot \left(q^{50}\right)^{\frac{1}{2}}$
Logo:
$$a_{1978} = p \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = p \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{p\sqrt{5}}{5} \cong 44,6\%\ p$$

11. O preço à vista da mercadoria é igual a
$V = 500 + \dfrac{576}{1,2} + \dfrac{576}{(1,2)^2} = 500 + 480 + 400 =$
$=$ R\$ 1.380,00

12. O montante da dívida após 2 meses é $800 \cdot (1 + 0,05)^2 =$ R\$ 882,00.
Pagando R\$ 400,00, o saldo devedor fica em 882 – 400 = R\$ 482,00.
Portanto, o valor do último pagamento é igual a
$482 \cdot (1 + 0,05) =$ R\$ 506,10.

13. Seja **v** a capacidade da caixa d'água.
Supondo que o reservatório encontra-se inicialmente cheio, segue que:
$\left(\dfrac{1}{5}\right)^4 \cdot V = 0,12 \to V = 625 \cdot 0,12 = 75\ m^3 = 75.000$ L

14. As distâncias diárias percorridas correspondem a uma progressão aritmética de primeiro termo 60 km e razão **r** km. Logo, sabendo que a soma dos **n** primeiros termos dessa progressão é igual a 1.560 km, e que a distância percorrida no último dia foi de 180 km, temos
$1560 = \left(\dfrac{60+180}{2}\right) \cdot n \to n = 13$
Portanto, segue que
$180 = 60 + (13 - 1) \cdot r \to r = 10$ km.

15. P.G. infinita convergente
Soma $= D = \dfrac{a_1}{1-q} \to D = \dfrac{12}{1-0,8} = 60$

16. Como as parcelas crescem segundo uma progressão geométrica de razão 1,1 e primeiro termo igual a 2000 segue que o montante pago foi de
$2000 \cdot \dfrac{(1,1)^5 - 1}{1,1 - 1} = 2000 \cdot 6,1051 = \text{R\$}\ 12.210,20$
Logo, os juros cobrados correspondem a 12210,2 – 10000 = R\$ 2.210,20 e, portanto, a taxa de juros simples na transação é igual a
$M = C = C \cdot i \cdot n \to i = \dfrac{M - C}{C \cdot n} \to i = \dfrac{2210,2}{10000 \cdot 5} \cong 4,42\%$

17. Se os clientes com as senhas de números 37 e 49 não saíram do banco, então $49 = 37 + (n - 1) \cdot r \to$
$\to 12 = (n - 1) \cdot r$, em que **n** é o número de pessoas que ficaram na fila e **r** é a razão da progressão aritmética formada pelas senhas remanescentes.
Sabendo que mais de 4 pessoas desistiram do atendimento, segue que $3 \le n \le 8$.
Como **r** é divisor de 12, para que **n** seja máximo, deve-se ter r = 2.
Portanto, n = 6 + 1 = 7.

18. Observa-se que cada figura tem duas barras a mais que a anterior, temos então uma P.A. de razão 2:

(3, 5, 7, ...)

Portanto, a figura **n**, terá número de barras igual a:
$N = 3 + 2 \cdot (n - 1)$
$N = 2n + 1$ para $n \ge 1$

19. A quantidade de letras escritas em cada erro constitui a sequência (4, 8, 12, 16,..., na), que é uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 4 e razão 4.
Se o jogo termina quando o número total de letras escritas por B, do primeiro ao enésimo erro, for igual a dez vezes o número de letras escritas, considerando apenas o enésimo erro, então:
$$S_n = 10a_n \Leftrightarrow \frac{[a_1 + a_1 + (n-1)r]n}{2} = 10[a_1 + (n-1)r]$$
Daí,

$[2 \cdot 4 + (n - 1) \cdot 4]n = 20 \cdot [4 + (n - 1) \cdot 4]$
$(2 + n - 1) \cdot 4n = 20 \cdot 4n$
$n + 1 = 20$
$n = 19$

Portanto, o número total de letras que foram escritas até o final do jogo foi:
$10a_n = 10 \cdot (4 + 18 \cdot 4) = 760.$

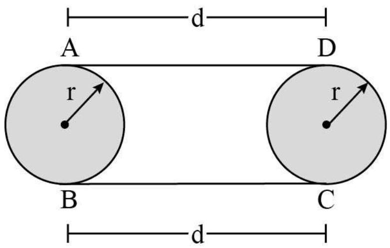
20. Seja 2q a quantidade total de ovos vendidos em janeiro. Assim, o resultado pedido é dado por

$$P\%(\text{solicitado}) = \frac{(1,2)^2 \cdot q}{(1,2)^2 \cdot q + (0,9)^2 \cdot q} = \frac{1,44}{2,25} = 64\%$$

PROFESSOR TÁCITO VIEIRA – EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
C	D	C	A	D	E	A	D	E	B
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
B	B	C	B	C	C	C	E	E	E

PROFESSOR TÁCITO VIEIRA – EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
A	E	D	B	D	B	B	A	C	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
C	D	C	B	A	B	A	C	E	E

1.



Temos que:

$\overline{AD} + \widehat{AB} + \overline{BC} \quad \widehat{CD} = 44$

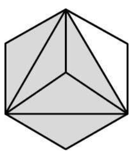
$d + \pi R + d + \pi R = 44$

$2d + 2\pi R = 44 \xrightarrow{\div 2} d + \pi R = 22 \Rightarrow$

$\Rightarrow d = 22 - \pi R \Rightarrow d \cong 22 - 3,14 \cdot 2,2$

$\Rightarrow \boxed{d \cong 15,1 \text{ cm}}$

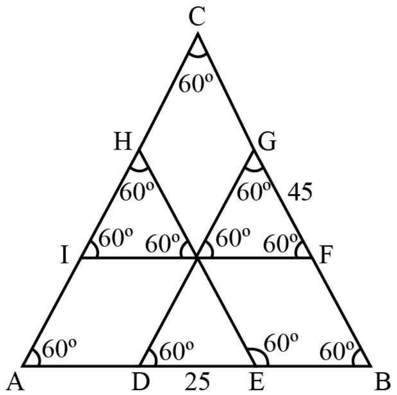
2. O hexágono regular pode ser dividido em 6 triângulos de mesma área, conforme a figura a seguir.



$$S_{PENT} = \frac{5}{6} \cdot S_{HEX} = \frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{3}$$

Pentágono Hexágono

3. Da figura temos:



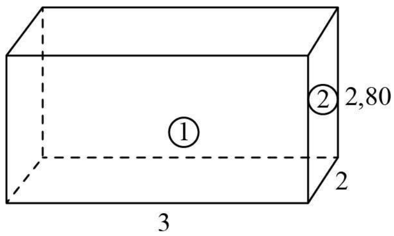
Os triângulos ABC, DEP, FGP e HIP são todos semelhantes. Portanto:

$$\frac{DE}{AB} + \frac{FG}{BC} + \frac{HI}{AC} = \frac{DE}{AB} + \frac{PF}{AB} + \frac{PI}{AB} = \frac{(EB + DE + AD)}{AB} = 1$$

Daí:

$$\frac{25}{100} + \frac{45}{100} + \frac{HI}{100} = 1 \Rightarrow 70 + HI - 100 = HJ = 30$$

4.



ST = área total

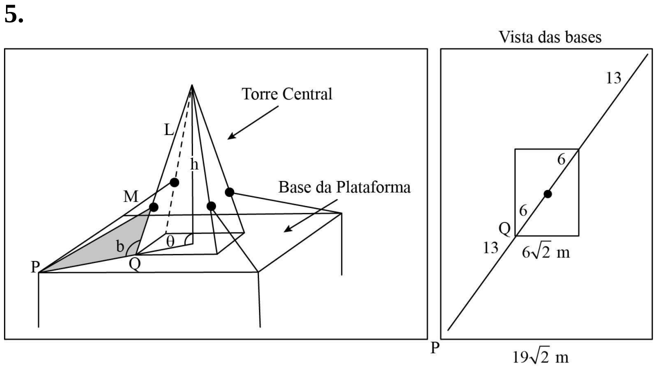
$S_T = 2S_1 + 2S_2 - 4$

$S_T = 2 \cdot 3 \cdot 2,80 + 2 \cdot 2 \cdot 2,80 - 4$

$S_T = 16,8 + 11,2 - 4 \Rightarrow S_T = 24 \text{ m}^2$

Metragem de ladrilhos = 24 + 24 · 10% = 24(1 + 0,10) = = 26,40 , m^{2+}

5.



A medida pedida é PM. Observe que como os quadrados possuem o mesmo centro, as diagonais estão representadas na vista das bases sobre a mesma reta.

I) Considerando **L** a medida da aresta lateral, temos:

$$L=\sqrt{(24)^2+(6)^2}=\sqrt{576+36}=\sqrt{612}=6\sqrt{17}.$$

II) O cosseno do ângulo **a** vale: $\cos a=\dfrac{6}{6\sqrt{17}}=\dfrac{1}{\sqrt{17}}.$

O ângulo **b** é suplementar. Logo, $\cos b=-\dfrac{1}{\sqrt{17}}.$

III) A medida MQ é a metade de L. Logo, $MQ=3\sqrt{17}.$

IV) Aplicando a Lei dos cossenos no triângulo PMQ, temos:

$$(PM)^2=(13)^2+\left(3\sqrt{17}\right)^2-2\cdot(13)\cdot\left(3\sqrt{17}\right)\left(-\frac{1}{\sqrt{17}}\right)=$$

$$169+153+78=400\Rightarrow PM=\sqrt{400}$$

6. Se a área a ser iluminada mede 28,26 m^2 e **r** é o raio da área circular iluminada, então:

$$\pi r^2=28,26\Rightarrow r=\sqrt{\frac{28,26}{3,14}}=\sqrt{9}=3\,m.$$

A altura será calculada na relação de Pitágoras:

$$h=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4\,m.$$

7. Calculando o volume da garrafa cilíndrica que estava parcialmente cheia, temos:
$V = \pi r^2 h = (3)\cdot(3^2)\cdot 12 = 324\ cm^3$. Dividindo 1800000 por 324 temos aproximadamente 5555 garrafas.

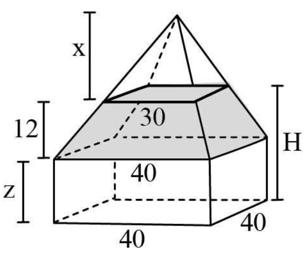
8. Há mais fluxo de água entrando do que saindo. Logo, a diferença entre entrada e saída é de $100\pi - 28\pi = 72\ \pi cm^3/s$. O volume do cone em centímetros é:

$$V=\frac{\pi\cdot r^2\cdot h}{3}=\frac{\pi(6)^2\cdot 12}{3}=\frac{\pi(36)\cdot 12}{3}=144\pi cm^3.$$

Para encher totalmente esse cone são necessários

$$t=\frac{144\pi cm^3}{72\pi cm^3/s}=\frac{2}{1/s}=2s$$

9. O desenho abaixo facilitará a visualização e compreensão dos cálculos que iremos fazer objetivando a obtenção da altura H.



I. $\dfrac{x}{x+12}=\dfrac{30}{40}$ (semelhança) $\rightarrow x=36\,dam.$

II. $V_{tronco}=V_{\substack{maior\\pirâmide}}-V_{\substack{menor\\pirâmide}}$

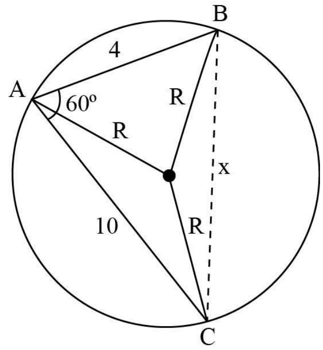
$$V_{tronco}=\frac{1}{3}\cdot 40^2\cdot 48-\frac{1}{3}\cdot 30^2\cdot 36=14800\ dam^3$$

III. Considerando a redução de volume após o desprendimento, temos:

$$23100=\frac{3}{4}\cdot\left(\underbrace{40\cdot 40\cdot z}_{\substack{bloco\\retangular}}+\underbrace{14800}_{tronco}\right)\rightarrow z=10\ dam$$

Portanto, a altura solicitada é igual a H = 22 dam.

10.



1º) L. Cossenos:

$$x^2=4^2+10^2-2\cdot 4\cdot 10\cdot\cos 60^\circ$$

$$x^2=16+100-\cancel{2}\cdot 4\cdot 10\cdot\frac{1}{\cancel{2}}$$

$$x^2=76\rightarrow x=\sqrt{76}$$

2º) $\text{Área}=\underbrace{\frac{1}{2}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{10}\cdot\text{sen}\,60^\circ}_{\substack{\text{Fórmula p/}\\\text{cálculo de área}}}=\underbrace{\frac{\cancel{4}\cdot\cancel{10}\cdot x}{4R}}$

$$\Rightarrow\frac{1}{\cancel{2}}\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}=\frac{\sqrt{76}}{4R}\rightarrow R=\sqrt{\frac{76}{3}}$$

$$\Rightarrow R^2=\frac{76}{3}\rightarrow\boxed{3\cdot R^2=76}$$

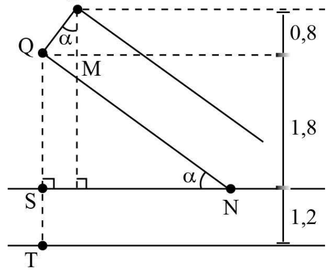
2º) L. Senos

$$\frac{x}{\text{sen}\,60^\circ}=2R$$

$$\frac{\sqrt{76}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R\rightarrow R=\sqrt{\frac{76}{3}}$$

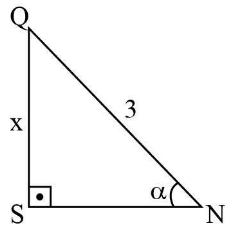
$$\rightarrow R^2=\frac{76}{3}\rightarrow\boxed{3R^2=76}$$

11. De acordo com a figura do enunciado, desenha-se o esquema a seguir:



I. $\text{sen}^2\,\alpha+\cos^2\alpha=1$
$\text{sen}^2\,\alpha+(0,8)^2=1\Rightarrow\text{sen}\,\alpha=0,6$

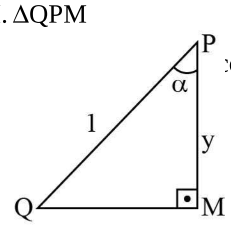
II. ΔQSN



$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\overline{QS}}{\overline{NQ}}$$

$$0,6 = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 1,8$$

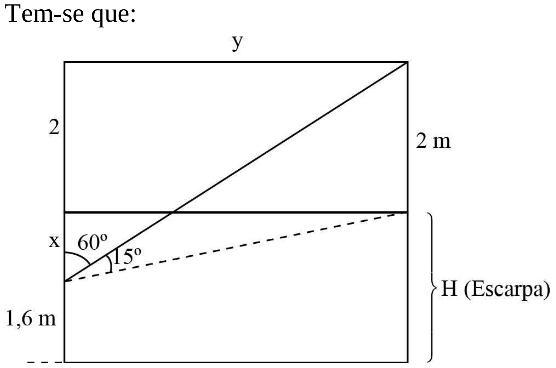
III. ΔQPM



$$\cos\alpha = \frac{y}{1} \Rightarrow y = 0,8$$

IV. h = 0,8 + 1,8 + 1,2 = 3,8

12. Tem-se que:



$$tg75º = \frac{y}{x} \Rightarrow \sqrt{3} + 2 = \frac{y}{x} \Rightarrow \sqrt{3}x + 2x = y \text{ (I)}.$$

$$tg60º = \frac{y}{x+2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{y}{x+2} \Rightarrow \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = y\text{(II)}.$$

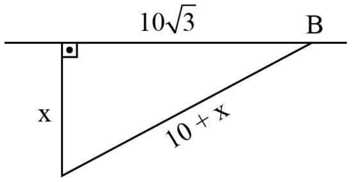
Igualando I com II, tem-se:

$$\sqrt{3}x + 2x = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3}$$

Logo: $H = 1,6 + x = 1,6 + \sqrt{3} = 1,6 + 1,73 = 3,33\text{m}$

13.



Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$(10+x)^2 = x^2 + \left(10\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow 100 + 20x + x^2 = x^2 + 100 \cdot 3 \Rightarrow$$

$$20x = 200 \Rightarrow x = 10\text{cm}$$

14. O valor máximo para f(x) ocorre quando:

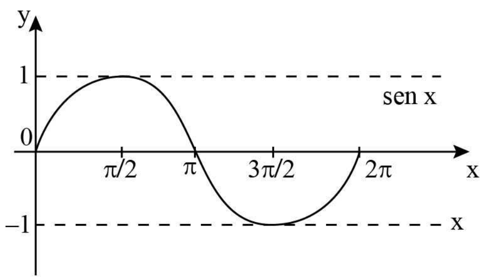
$$\frac{\pi \cdot x}{3} = 0 + k \cdot 2\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

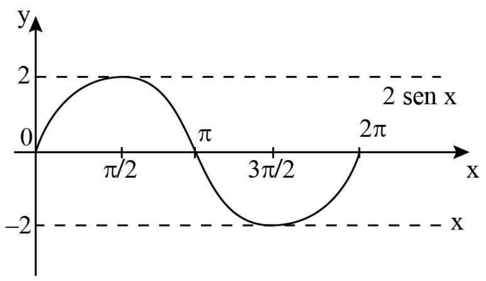
O valor mínimo ocorre quando:

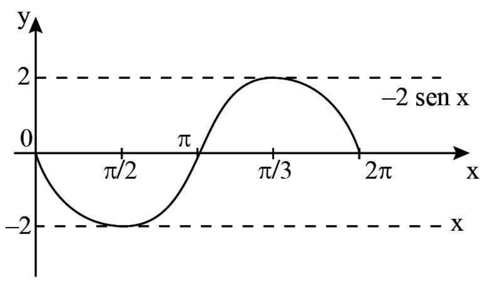
$$\frac{\pi \cdot x}{3} = 0 + k \cdot 2\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 3 \\ k = 1 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

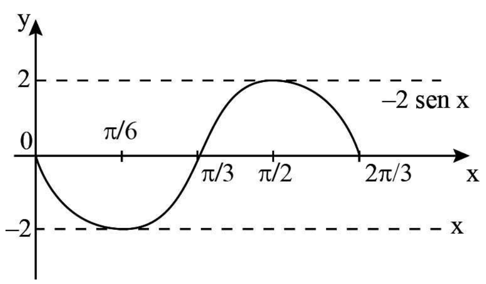
Portanto, f(x) atingirá seu valor mínimo em apenas duas ocasiões.

15.







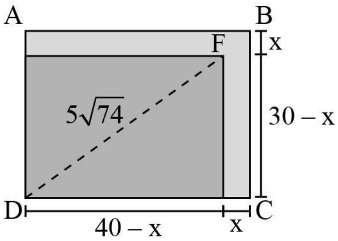


16. O volume da pirâmide é dada por:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H$$

$$54 = \frac{1}{3} \cdot x \cdot x \cdot \frac{3x}{4} \Leftrightarrow x^3 = 216 \Leftrightarrow x = 6 \text{ cm}$$

17.



1) $(40-x)^2+(30-x)^2=\left(5\sqrt{74}\right)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-70x+325=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{70\pm 60}{2} \Leftrightarrow$

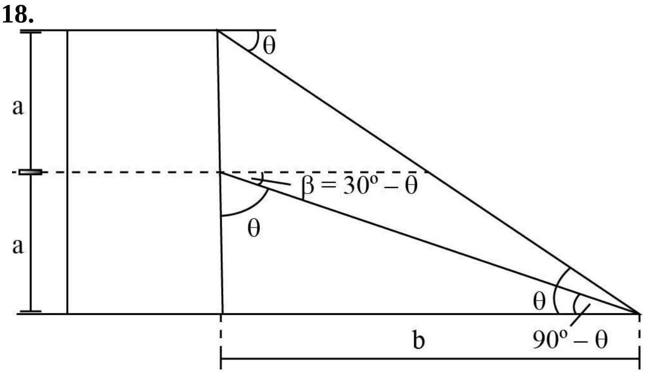
$\Leftrightarrow x=65$ ou $x=5 \Leftrightarrow x=5$, pois $x<30$.

2) A área do retângulo ABCD, em m^2, é 40 · 30 = 1200

3) A área da casa, em m^2, é 35 · 25 = 875

4) A área do jardim, em m^2, é 1200 – 875 = 325

18.



Na figura, tem-se:

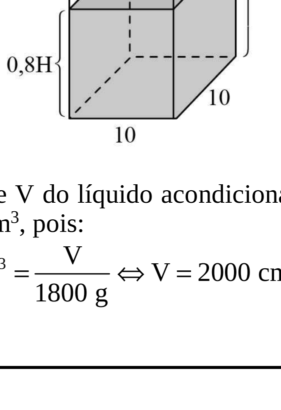
$\operatorname{tg}\theta=\dfrac{2a}{b}$ e $\Rightarrow \operatorname{tg}\theta=\dfrac{b}{a}$

Logo:

$\dfrac{2a}{b}=\dfrac{b}{a}\Rightarrow 2a^2=b^2\Rightarrow a\sqrt{2}=b$

Portanto: $\operatorname{tg}\theta=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \operatorname{tg}\theta=\sqrt{2}$

19.



I) O volume V do líquido acondicionado no recipiente é 2000 cm^3, pois:

$0{,}9\,\text{g/cm}^3=\dfrac{V}{1800\text{ g}}\Leftrightarrow V=2000\text{ cm}^3$

II) Se H, em centímetros, for a altura do recipiente, então 0,8 H será a altura da parte do recipiente ocupada pelo líquido e, portanto:

$10^2\cdot(0{,}8H)=2000\Leftrightarrow 0{,}8H=20\Leftrightarrow H=25$

20. Como AD = (12 – 2x)m, AB = x e a área da secção transversal, deve ser 18 m^2, tem-se:
(12 – 2x) · x = 18 ⇔ – 2x^2 + 12x – 18 = 0 ⇔
⇔ x^2 – 6x + 9 = 0 ⇔ x = 3

PROFESSOR FRANCISCO JÚNIOR									
FIXAÇÃO – FUNÇÕES									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
A	C	A	B	E	C	C	A	E	D

PROFESSOR FRANCISCO JÚNIOR										
PROPOSTOS – FUNÇÕES										
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
A	A	D	A	C	A	D	C	B	A	D

1. Considerando que na figura a bola atinge o ponto mais alto quando está a $3{,}5$ m do eixo **y**. Isto nos permite escrever que o **x** do vértice é 3,5.

Portanto, na função $y=ax^2+bx+c$, o valor do **x** do vértice será dado por:

$-\dfrac{b}{2a}=3{,}5\Rightarrow b=-7a$

O valor de **c** é justamente a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo **y**, portanto $c=2$.

Temos então a função do segundo grau descrita por:

$y=ax^2-7x+2$

É possível também observar na figura que o ponto $(4{,}6;\,3)$ pertence ao gráfico desta parábola, logo:

$3=a\cdot(4{,}6)^2-7a\cdot(4{,}6)+2$

$3=21{,}16a-32{,}2a+2$

$1=-11{,}4a$

$a=\dfrac{-1}{11{,}04}$ e $b=\dfrac{-7}{11{,}04}$

Portanto,

$y=\dfrac{-x^2}{11{,}04}+\dfrac{7x}{11{,}04}+2$

Observação: quando determinamos que $b=-7a$, poderíamos ter assinalado diretamente a resposta, pois a única alternativa em que $b=-7a$ é a [A].

2. O lucro L(x) será dado por $(600-x)\cdot(300-x)$. As raízes da função são 300 e 600, o valor de **x** para que o lucro seja máximo é a média aritmética das raízes, portanto, $x_v=(300+600):2=450$. Logo, o número de peças para que o lucro seja máximo, é: $600-450=150$.

3.

$$V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$$

$$0 = -\frac{1}{43200} \cdot t^2 + 3$$

$$t^2 = 129600$$

$$t = 360\,\text{min}$$

$$t = 6\text{h}$$

4. Determinando a ordenada do vértice da função $f(x) = x^2 - 6x + 10,$ temos: $\frac{-\Delta}{4a} = -\frac{(-4)}{4 \cdot 1} = 1,$ que é seu valor mínimo. Portanto, a altura mínima será dada por:
$y = \sqrt{1} = 1$

5. Cada ponto do segmento AB é da forma $(x, -3x + 30),$ com $0 \le x \le 6.$ Logo, sendo a área, S, do retângulo igual ao produto das coordenadas, temos:
$S = x \cdot (-3x + 30) = -3 \cdot (x^2 - 10x) = 75 - 3 \cdot (x - 5)^2.$
Desse modo, o retângulo que possui área máxima tem dimensões $5\,\text{cm} \times 15\,\text{cm},$ e seu perímetro é igual a $2 \cdot (5 + 15) = 40\,\text{cm}.$

6. Vamos supor que o domínio das funções seja o conjunto dos números reais.
As abscissas dos pontos de interseção das curvas $y = -x + 5$ e $y = x^2 - 3x + 6$ são as raízes da equação $x^2 - 3x + 6 = -x + 5,$ ou seja, $x = 1.$ Daí, como a imagem de $x = 1$ é $y = -1 + 5 = 4,$ segue-se que as curvas se intersectam em um único ponto, localizado no primeiro quadrante.

7. $L_A(t) = L_B(t)$
$3t - 1 = 2t + 9 \Rightarrow t = 10.$
Portanto, no décimo mês as empresas A e B terão o mesmo lucro.

8. $R(1) = -1 \Rightarrow a + b = -1$
$R(2) = 1 \Rightarrow 2a + b = 1$

Resolvendo o sistema $\begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$ temos, $a = 2$ e $b = -3$ e $R(t) = 2t - 3;$
Em quatro meses temos, $R(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5.$

Resposta: R\$ 5.000,00.

9. Seja $g : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $g(x) = ax + b,$ em que $g(x)$ é o gasto de água por minuto para **x** voltas da torneira. Logo, a taxa de variação da função **g** é:

$$a = \frac{0,03 - 0,02}{1 - \frac{1}{2}} = 0,02.$$

Desse modo, temos:
$0,03 = 0,02 \cdot 1 + b \Leftrightarrow b = 0,01.$
Para um gasto de $0,034\,\text{m}^3$ por minuto, segue que:

$$0,034 = 0,02 \cdot x + 0,01 \Leftrightarrow 0,02 \cdot x = 0,024$$
$$\Leftrightarrow x = 1,2$$
$$\Leftrightarrow x = 1 + 0,2$$
$$\Leftrightarrow x = 1 + \frac{1}{5}.$$

A resposta é $\frac{1}{5}$ de volta.

10. Seja $H : [0, +\infty[\to \mathbb{R}$ a função dada por $H(A) = mA + h,$ em que $H(A)$ é a população mundial, em bilhões, A anos após 2025. Tomando $A = 0$ para o ano de 2025 e $A = 25$ para o ano de 2050, obtemos os pontos $(0; 8,1)$ e $(25; 9,6).$ Desse modo, vem:

$$m = \frac{9,6 - 8,1}{25 - 0} = 0,06.$$

Portanto, a lei de H é
$H(A) = 0,06 \cdot A + 8,1.$

11. Sendo $Q(t)$ uma Função do Segundo Grau com concavidade voltada para cima, o ponto mais baixo da parábola (correspondente à quantidade mínima de agrotóxicos) se dará em:

$$t_{\text{vértice}} = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{(-5)}{2 \cdot 1} = 2,5 \text{ meses} \to$$
$$\to 2 \text{ meses e } 15 \text{ dias}$$

PROFESSOR FRANCISCO JÚNIOR									
FIXAÇÃO – GEOMETRIA ANALÍTICA									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D	B	A	C	C	A	D	B	C	A

PROFESSOR FRANCISCO JÚNIOR									
PROPOSTOS – GEOMETRIA ANALÍTICA									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
D	A	C	A	A	E	C	C	B	A

1. $Q = 20000 \cdot (1,0049) = 20098$

$$tg10° = \frac{h - 30}{20098 - 20000}$$

$$\frac{sen10°}{cos10°} = \frac{h - 30}{98} \Rightarrow h = 9800 \cdot \frac{0,17}{98} + 30 \Rightarrow h = 47\text{m}$$

2. Sejam $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$ e $x^2 + y^2 - 6x - 2y = -6,$ respectivamente, as equações das circunferências λ_1 e $\lambda_2.$
Completando os quadrados, obtemos:
$x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - 3)^2 = 2^2.$
Logo, $C_1 = (0, 3)$ é o centro da circunferência $\lambda_1.$
Analogamente, vem:
$x^2 + y^2 - 6x - 2y = -6 \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 2^2,$
ou seja, $C_2 = (3, 1)$ é o centro da circunferência $\lambda_2.$

Portanto, a equação da reta que passa por C_1 e C_2 é dada por:

$$y-3=\frac{1-3}{3-0}\cdot(x-0)\Leftrightarrow 3y-9=-2x$$
$$\Leftrightarrow 2x+3y=9.$$

3. $100x^2+100y^2-400x-600y+1075=0(\div 100)$

$$x^2+y^2-4x-6y+\frac{43}{4}=0$$

$$x^2-4x+4+y^2-6y+9=-\frac{43}{4}+4+9$$

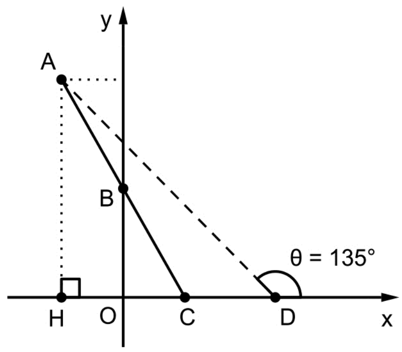
$$(x-2)^2+(y-3)^2=\frac{9}{4}$$

Logo, o raio será dado por: $r=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$

Calculando o comprimento do arco (altura **h** da professora):

$$h=\frac{2\pi\cdot\frac{3}{2}}{4}=0,75\pi \text{ u.c.}$$

4. Considere a figura abaixo.



Sabendo que a reta-suporte do segmento AC é $r: y=-\sqrt{3}(x-1)$, vem que $B=(0,\sqrt{3})$ e $C=(1,0)$.

Além disso, como B é ponto médio de AC, temos

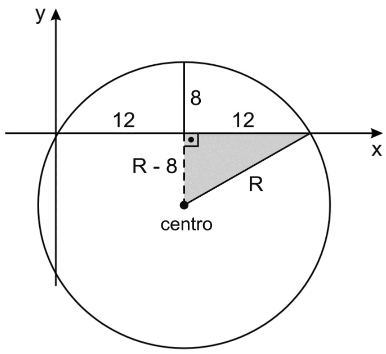
$$\frac{y_A+y_C}{2}=y_B\Leftrightarrow\frac{y_A}{2}=\sqrt{3}\Leftrightarrow y_A=2\sqrt{3}.$$

Seja H o pé da perpendicular baixada de A sobre o eixo **x**. É imediato que $A\hat{D}H=180°-\theta=45°$.

Portanto, do triângulo ADH, segue que

$$\text{sen}\,45°=\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}\Leftrightarrow\overline{AD}=2\sqrt{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}=2\sqrt{6}\in\overline{\mathbb{Q}}.$$

5.



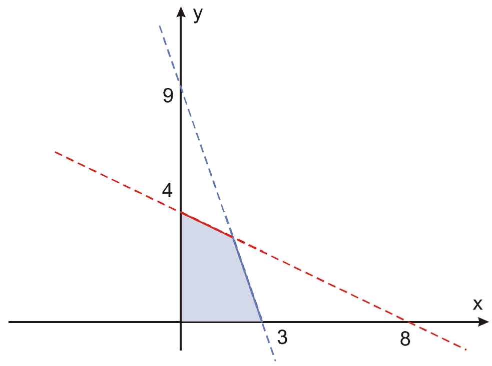
Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo assinalado, temos:

$$(R-8)^2+12^2=R^2\Leftrightarrow 16R=208\Leftrightarrow R=13$$

Logo, o centro é o ponto C(12, –5)
E a equação da circunferência $(x-12)^2+(y+5)^2=13^2$
Ou seja, $(x-12)^2+(y+5)^2=169$

6. Processo $P_1 \rightarrow 3x+y\le 9$
Processo $P_2 \rightarrow 3x+6y\le 24$
A solução será representada graficamente.

O Gráfico E é o que mais se aproxima da solução;



7. Coeficiente angular:

$$m=\frac{112-89}{2008-2007}=23$$

$y-89=23\cdot(x-2007)\Leftrightarrow y=23\cdot(x-2007)+89$

Em 2009:
$y=23\cdot(2009-2007)+89$
$y=23\cdot 2+89$
$y=135$

8. Equação da reta $\begin{vmatrix} x & y & 1\\ 30 & 5 & 1\\ -30 & -15 & 1\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow x-3y-15=0$

Raio da circunferência: $R=\frac{|-5-3\cdot 10-15|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=5\sqrt{10}$

Equação da circunferência:

$$(x+5)^2+(y-10)^2=\left(5\sqrt{10}\right)^2$$

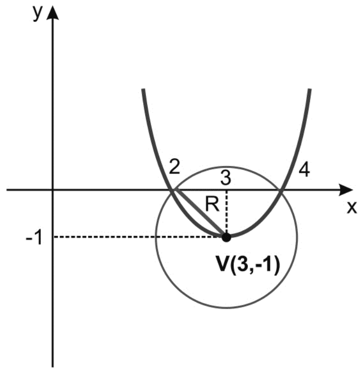
Fazendo x = 0, temos:

$25 + (y - 10)^2 = 250$

$(y - 10)^2 = 225 \Leftrightarrow y = 25 \text{ ou } y = -5$

Portanto, 25 – (– 5) = 30.

9.



Raízes.

$x^2 - 6x + 8 = 0$

x = 2 ou x = 4

Vértice.

$$x_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-4}{4 \cdot 1} = -1$$

V(3,-1) e raio $R = \sqrt{2}$

Logo, a equação da circunferência será:

$$(x-3)^2 + (y - (-1))^2 = \sqrt{2}^2$$

$$(x-3)^2 + (y + 1)^2 = 2$$

10. Como o hexágono ABCDEF é regular, segue que o triângulo AFE é isósceles, com $A\hat{F}E = 120°$. Então, aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo AFE, obtemos:

$$\overline{AE}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FE}^2 - 2 \cdot \overline{AF} \cdot \overline{FE} \cdot \cos A\hat{F}E \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cos 120°$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 3 \cdot 3^2$$

$$\Rightarrow \overline{AE} = 3\sqrt{3}.$$

Portanto, como $E = (0, 3\sqrt{3})$ e $B = (3, 0)$, segue que a equação da reta $\overleftrightarrow{EB}$ é dada por:

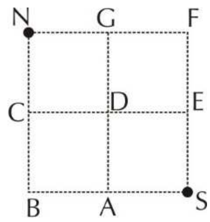
$$y - 0 = \frac{3\sqrt{3} - 0}{0 - 3} \cdot (x - 3) \Leftrightarrow y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}.$$

ANÁLISE COMBINATÓRIA

PROFESSOR MARCOS AURÉLIO									
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	D	B	D	A	A	D	C	A

PROFESSOR MARCOS AURÉLIO									
EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	C	D	E	B	C	C	B	E

1.



Considerando apenas o trecho do reticulado que contém os pontos N e S, podemos destacar os seguintes deslocamentos:

$S \to E \to E \to F \to F \to G \to G \to N$

$S \to E \to E \to D \to D \to G \to G \to N$

$S \to E \to E \to D \to D \to C \to C \to N$

$S \to A \to A \to D \to D \to G \to G \to N$

$S \to A \to A \to D \to D \to C \to C \to N$

$S \to A \to A \to B \to B \to C \to C \to N$

Outra solução seria a permutação com elementos repetidos, ou seja:

$$\left.\begin{matrix} \text{caminhos horizontais} = 2 \\ \text{caminhos verticais} = 2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow P_4^{(2,\,2)} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{24}{4} = 6.$$

Nas condições propostas, temos, portanto, 6 maneiras distintas de ir de S até N.

2. Se o carro grande estacionar em uma das duas vagas junto à parede da entrada, o carro pequeno tem 8 possibilidades, isto é, $2 \cdot 8 = 16$. Se o carro grande estacionar em uma das outras duas vagas, o carro pequeno tem 7 possibilidades, isto é, $2 \cdot 7 = 14$. Portanto, o número de maneiras é 16 + 14 = 30.

3. Como a ordem dos dois atendimentos não importa, o número de maneiras é:

$$C_{10,\,2} = \frac{90}{2} = 45$$

4. Para calcular o total de placas possíveis com o formato "Letra-Letra-Algarismo-Algarismo-Algarismo-Letra-Letra" pode-se escrever, com base nas possibilidades de cada item:

$$\underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} = 26^4 \cdot 10^3$$

Para calcular o total geral de possibilidades de placas com 4 letras (incluindo repetição) e 3 algarismos (incluindo repetição) em qualquer ordem na placa, deve-se primeiro considerar a posição das letras. Ou seja: $C_{7,4} = 35$.

Assim, há 35 possíveis combinações de 4 letras e 3 algarismos. Pelo princípio fundamental da contagem, para cada letra há 26 possibilidades e cada algarismo 10 possibilidades. Logo, o total geral de possibilidades de placas com 4 letras (incluindo repetição) e 3 algarismos (incluindo repetição) é de $35 \cdot 26^4 \cdot 10^3$.

5. O cliente pode escolher duas entradas de $C_{8,2} = \frac{8!}{2!\cdot 6!} = 28$ modos, um prato principal de 10 maneiras e uma sobremesa de 5 modos. Portanto, pelo princípio multiplicativo, a resposta é 28 · 10 · 5 = 1400.

6. Considere 16 posições consecutivas de uma fila, em que as posições de ordem ímpar serão ocupadas pelos 8 filmes de ação, as 5 primeiras posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de comédia, e as 3 últimas posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de drama. Daí, os filmes de ação podem ser dispostos de $P_8 = 8!$ modos, os de comédia de $P_5 = 5!$ maneiras e os de drama de $P_3 = 3!$ possibilidades. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue-se que o resultado é $8!\cdot 5!\cdot 3!$

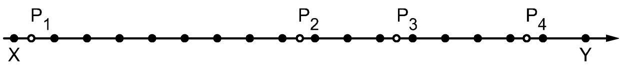
7. Seja **n** o número de pessoas que formavam a plateia, então temos que:

$$C_{n,2} = 496 \rightarrow \frac{n!}{2!\cdot(n-2)!} = 496 \rightarrow \frac{n\cdot(n-1)}{2} = 496 \rightarrow$$

$$\rightarrow n^2 - n - 992 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = 1 + 3968 = 3969 \rightarrow n = \frac{1 \pm 63}{2} \therefore n = 32$$

8. Supondo que cada posto esteja a 2 km de distância do telefone mais próximo, considere a figura abaixo.



De P_2 a P_4 o funcionário poderá escolher dois telefones de $\binom{7}{2}$ maneiras. De P_4 a P_2 ele terá cinco telefones para fazer a manutenção. Logo, essa escolha poderá ser feita de $\binom{5}{2}$ modos. Portanto, no trajeto de ida e volta, a manutenção poderá ser feita de $\binom{7}{2}\cdot\binom{5}{2} = 21\cdot 10 = 210$ maneiras distintas.

9. Duas vermelhas e uma azul: $7\cdot C_{9,2} = 7\cdot 36 = 252$

Duas azuis e uma vermelha: $7\cdot C_{9,2} = 7\cdot 36 = 252$

Portanto, o tempo total será de 252 + 252 = 504 segundos.
Como 504 = 8 · 60 + 24, temos: x = 8 e y = 24

10. Há 4 possibilidades para banco de nº 1, há 2 possibilidades de ocupar o banco de nº 2, há 2 possibilidades para o banco de nº 3 e há 1 possibilidade para o banco de nº 4.
Portanto, há $4\cdot 2\cdot 2\cdot 1 = 16$ possibilidades para organizar esses dois casais nos bancos.

PROBABILIDADE

PROFESSOR MARCOS AURÉLIO									
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
A	E	A	A	A	B	C	E	B	A

PROFESSOR MARCOS AURÉLIO									
EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
A	C	B	B	E	E	E	A	E	E

1. Calculando as probabilidades linha a linha:

$$\text{Linha 1: letras}\{E,\ A,\ D\} \rightarrow \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Linha 2 : letra } \{I\} \rightarrow \frac{1}{5}$$

$$\text{Linha 3 : letras}\{N,\ L,\ O\} \rightarrow \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{3} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Linha 4 : letras}\{T,\ R\} \rightarrow \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

$$\text{Linha 5 : letra}\{V\} \rightarrow \frac{1}{3}$$

Assim, a probabilidade de que o consumidor acerte todas as letras e seja premiado é de:

$$\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{15000}$$

2. O número de possibilidades de distribuir os times nas chaves será dado por:

$$N(E) = C_{16,4}\cdot C_{12,4}\cdot C_{8,4}\cdot C_{4,4}$$

O número de maneiras de Brasil e Alemanha se enfrentarem na primeira fase será dado por:

$$N(A) = \left(C_{14,2}\cdot C_{12,4}\cdot C_{8,4}\cdot C_{4,4}\right)\cdot 4$$

A multiplicação por 4 garante que Brasil e Alemanha poderão pertencer a qualquer um dos quatro grupos:

Portanto, a probabilidade pedida será dada por:

$$P = \frac{\left(C_{14,2}\cdot C_{12,4}\cdot C_{8,4}\cdot C_{4,4}\right)\cdot 4}{C_{16,4}\cdot C_{12,4}\cdot C_{8,4}\cdot C_{4,4}} =$$

$$\frac{4\cdot\frac{14!}{12!2!}}{\frac{16!}{12!4!}} = 4\cdot\frac{14!}{\cancel{12!}2!}\cdot\frac{\cancel{12!}4!}{16!} = \frac{2\cdot\cancel{14!}\cdot 4!}{16\cdot 15\cdot\cancel{14!}} = \frac{2\cdot 24}{16\cdot 15} = \frac{1}{5}$$

3. Observando-se os gráficos, percebe-se que em São Paulo foram entrevistadas 24 pessoas e, em Santos, 20 pessoas. Assim, foram entrevistadas um total de 44 pessoas. A marca F foi escolhida por 5 pessoas em São Paulo e por 5 pessoas em Santos. A marca D foi escolhida apenas por 1 pessoa em São Paulo (nenhuma em Santos). Assim um total de 11 pessoas escolheu as marcas D ou F. Logo, a probabilidade de que essa pessoa tenha escolhido ou a marca D ou a marca F é de:

$$P = \frac{11}{44} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$$

4. O número de casos favoráveis corresponde ao número de arranjos simples de 9 objetos tomados 4 a 4 isto é, $A_{9,4} = \frac{9!}{5!}$. Por outro lado, o número de casos possíveis é igual ao número de arranjos simples de 10 objetos tomados 5 a 5, ou seja, $A_{10,5} = \frac{10!}{5!}$. Portanto, a probabilidade pedida é $\frac{\frac{9!}{5!}}{\frac{10!}{5!}} = \frac{1}{10}$

5. Pelo gráfico, sabe-se que o grupo possui 14 mulheres e 16 homens. Dadas as possibilidades de idade, a soma de idades de um homem e uma mulher escolhidos ao acaso será 49 somente se eles tiverem 24 e 25 anos.
Assim, há de se considerar dois cenários:
– Mulher com 25 anos e homem com 24 anos

1º caso:

$$\begin{cases} P(\text{mulheres com 25 anos}) = \frac{1}{14} \\ P(\text{homens com 24 anos}) = \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(\text{H e M}) = \frac{1}{14} \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{224}$$

2º caso:
– Homem com 25 anos e mulher com 24 anos

$$\begin{cases} P(\text{mulheres com 24 anos}) = \frac{3}{14} \\ P(\text{homens com 25 anos}) = \frac{2}{16} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(\text{H e M}) = \frac{3}{14} \cdot \frac{2}{16} = \frac{6}{224}$$

Logo, escolhendo ao acaso um homem e uma mulher desse grupo, a probabilidade de que a soma de suas idades seja igual a 49 anos será:

$$P(\text{total}) = \frac{1}{224} + \frac{6}{224} = \frac{7}{224} = \frac{1}{32}$$

6. A turma possui 3 + 10 + 15 + 12 = 40 alunos. Logo, como 3 alunos não leram nenhum livro no mês passado, segue que a probabilidade pedida é $\frac{3}{40} \cdot 100\% = 7{,}5\%$.

7. As probabilidades de um candidato ser aprovado pelos jurados 1, 2 e 3, quando o público geral o aprova, são, respectivamente, $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$. Logo, as probabilidades de ele não ser aprovado são $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ e $\frac{1}{5}$. Um candidato é aprovado por dois ou três jurados com probabilidade igual a $\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5} = \frac{31}{40}$.

Analogamente, um candidato é aprovado por dois ou três jurados, quando o público geral não o aprova, com probabilidade

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} = \frac{13}{40}.$$

Portanto, a diferença pedida é:

$$\frac{31}{40} - \frac{13}{40} = \frac{18}{40} \cdot 100\% = 45\%.$$

8. Total de salgadinhos com recheio de

$$\begin{cases} \text{camarão} = 200 \Rightarrow \begin{cases} \text{somente camarão} = 120 \\ \text{camarão e queijo} = \boxed{80} \end{cases} \\ \text{queijo} = \boxed{400} \end{cases}$$

Total de salgadinhos = 600
Total de salgadinhos com recheio de queijo = 80 + 400 = 480.
Portanto, a probabilidade pedida é igual a $\frac{480}{600} = \frac{4}{5}$.

9. Cada grupo $\frac{900\,000}{20\,000} = 45$ integrantes. Logo, supondo que será sorteada uma licença para cada grupo, tem-se que a probabilidade pedida é

$$\frac{3}{45} = \frac{1}{15} \cong 0{,}0667 = 6{,}67\%.$$

10. Há (50 + 150) = 200 pacientes internados com problemas respiratórios causados pela queimada, sendo 150 crianças. Logo, $\frac{150}{200} = \frac{3}{4} = 0{,}75$.

PROFESSOR JORGE JÚNIOR				
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
*	B	D	E	A
6	**7**	**8**	**9**	**10**
D	C	A	D	D
11	**12**	**13**	**14**	**15**
D	E	C	C	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**
C	D	A	D	E
21	**22**	**23**	**24**	**25**
B	D	B	B	E

PROFESSOR JORGE JÚNIOR									
EXERCÍCIOS PROPOSTOS									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
C	C	B	A	E	B	A	B	D	C
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
E	A	E	B	A	C	A	E	E	C

***1.**
Considere a tabela abaixo.

Número de livros (x_i)	Número de alunos (f_i)	$x_i \cdot f_i$
0	3	0
1	10	10
2	15	30
3	12	36
	$\sum f_i = 40$	$\sum x_i \cdot f_i = 76$

Portanto, a resposta é:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{76}{40} = 1{,}9.$$

2.
Se o número de homens com irmãos é 100, e o número de mulheres com irmãos é 120, então a razão pedida é igual a $\frac{100}{120}$, ou seja, cinco sextos.

3.
É fácil ver que quanto mais óleo há no aquário, menor será a concentração de oxigênio dissolvido na água ao longo do tempo.

4.
Moda, por definição é o valor mais comum, ou o que aparece com maior frequência num conjunto de dados. Analisando o gráfico a idade que aparece com mais frequência é 9 anos, com 21 ocorrências.

5.
[A] Falsa, pois houve um decrescimento no período de 2008 a 2009.
[B] Falsa, pois 22,3 – 19,3 não representam 30% de 19,3.
[C] Falsa, pois a maior emissão ocorreu em 2013.
[D] Falsa, pois 36,3 – 24,6 = 11,7, aproximadamente 50%.
[E] Verdadeira, pois 36,3 – 24,6 = 11,7, aproximadamente 50% de 24,6.

6.
Internet e Correios, respectivamente, por possuírem o maior percentual em cada classe.

7.
Rol (21, 22, 25, 25, 26, 30, 40, 40)

Média Aritmética: $\frac{21+22+25+25+26+30+40+40}{8} = \frac{229}{8} = 28,625$

Moda: 25 e 40 (espaço bimodal)

Mediana: $\frac{25+26}{2} = 25,5$

8.
É fácil ver que a maior diferença ocorreu em janeiro de 2014.

9.
Escrevendo as rentabilidades em ordem crescente, temos 4,9; 6,2; 6,4; 6,8; 7,0; 7,0; 7,2. Por conseguinte, a mediana é igual a 6,8.

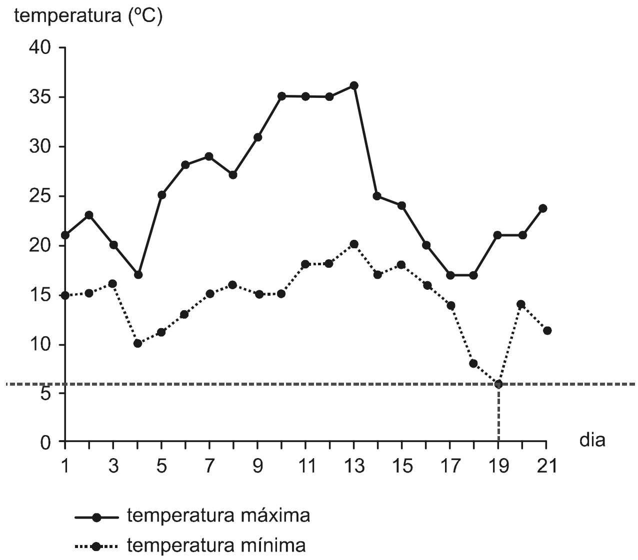
10.
O resultado pedido é igual a:

$$\frac{4+5}{4+5+3+1+2+5} \cdot 100\% = 45\%.$$

11.
O segundo trimestre de 2009 corresponde aos meses de abril, maio e junho. Por conseguinte, só pode ser a alternativa [E].

12.
Sabendo que média da distribuição de zeros e uns é igual a 0,45 < 0,50, podemos concluir que existem mais sapatos na cor branca do que na cor preta. Além disso, como a Moda da numeração dos sapatos com defeito é 38, segue que os sapatos na cor branca de número 38 não serão mais encomendados.

13.



No dia 19, foi registrada a menor temperatura do período.

14.
Como o percentual de doadores por habitantes do país é igual a 1,9% segue-se que a campanha foi intensificada nas regiões Norte, Nordeste e Sudeste.

15.
Considerando P o número estimado de pessoas na foto, temos:

$$P = 500 \cdot (1,5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 1,5 \cdot 3)$$
$$P = 500 \cdot (3 + 8 + 15 + 8 + 4,5)$$
$$P = 500 \cdot 38,5 = 19250.$$

16.
O atleta número III foi o mais regular, pois apresentou o menor desvio padrão.

17.
A quantidade máxima de bactérias no ambiente de cultura corresponde à soma máxima das quantidades de bactérias das espécies [I] e [II]. Portanto, a partir do gráfico, é fácil ver que 1100 + 800 = 1900 corresponde à soma máxima. Tal resultado ocorreu na terça-feira.

18.
O pH modal é aquele que aparece com maior frequência na tabela, portanto 4,0, pois aparece 5 vezes.

19.

I. Verdadeira. Temos $Mo_P = 25$ e $Mo_L = 27$.

II. Falsa. Os termos centrais da série L são 26 e 27. Logo, $Md_L = \frac{26+27}{2} = 26,5 \neq 25,5.$

III. Verdadeira. Considere a tabela abaixo.

x_i	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$
21	6
23	4
24	3
25	2
25	2
25	2
26	1
28	1
28	1
31	4
32	5
38	11
$\sum_{i=1}^{12} x_i = 326$	$\sum_{i=1}^{12} \lvert x_i - \bar{x} \rvert = 42$

A média aritmética da série P é

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{n} = \frac{326}{12} \cong 27,$$

e seu desvio médio, em anos, é igual a:

$$Dm = \frac{\sum_{i=1}^{12} \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{n} = \frac{42}{12} = 3,5.$$

20.

De acordo com o gráfico, tem-se que 200 · 0,25 = 50 hotéis cobram diárias de R$ 200,00; 200 · 0,25 = 50 hotéis cobram diárias de R$ 300,00; 200 · 0,4 = 80 hotéis cobram diárias de R$ 400,00 e 200 · 0,1 = 20 hotéis cobram diárias de R$ 600,00.

Considere a tabela abaixo, em que x_i é o valor da diária, em reais, para um quarto padrão de casal, f_i é a frequência simples absoluta e F_i é a frequência absoluta acumulada.

x_i	f_i	F_i
200	50	50
300	50	100
400	80	180
600	20	200
	$n = \sum f_i = 200$	

Portanto, como $E_{M_d} = \frac{n}{2} = \frac{200}{2} = 100,$ segue-se que o valor mediano da diária é:

$$M_d = \frac{300+400}{2} = R\$\ 350,00.$$

Anotações

Equipe Gráfica